

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Princípio de Huygens-Fresnel

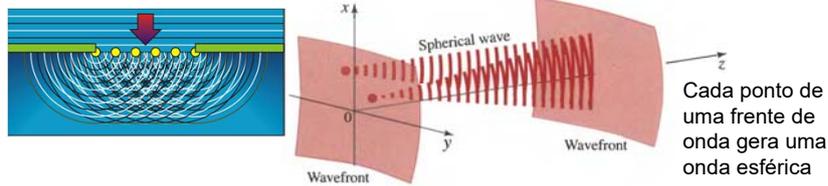
- Fresnel combinou as ideias de Huygens sobre wavelets & interferência

- Postulou (1818):

“Every unobstructed point of a wavefront... serves as a source of spherical secondary wavelets ... The amplitude of the optical field at any point beyond is the superposition of all these wavelets ...” (Fonte: Hecht, pg. 444)



Augustin-Jean Fresnel
(1788-1827)



1

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

- Difracção de Fresnel – Campo próximo (*Near Field*)

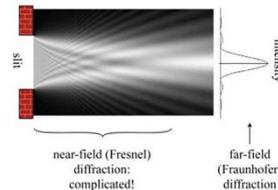
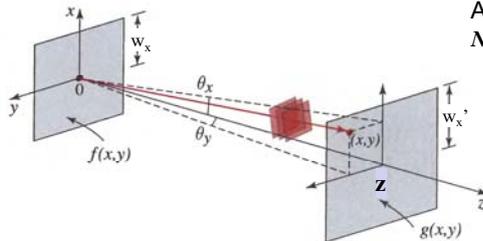
Contribuição da interferência de todas as ondas

- Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (*Far Field*) $z \rightarrow \infty$

Na aproximação de Fraunhofer, a amplitude complexa $g(x,y)$ de uma onda de comprimento de onda λ no plano z é proporcional à transformada de Fourier da amplitude complexa $f(x,y)$, para as freq. espaciais $x/\lambda z$ e $y/\lambda z$.

Aprox. válida se:

$$N_F = w_x^2 / \lambda z \ll 1 \quad \wedge \quad N'_F = w_x'^2 / \lambda z \ll 1$$



2

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

- Difracção de Fresnel – Campo próximo (*Near Field*)

Contribuição da interferência de todas as ondas

- Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (*Far Field*)

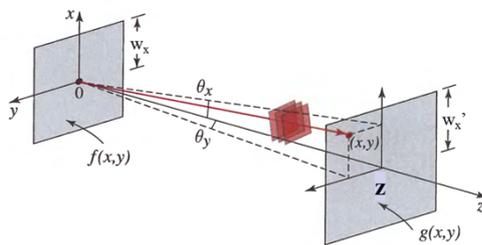
$z \rightarrow \infty$

$$z \gg \frac{D^2}{\lambda} \quad \text{OU}$$

$$z > \frac{2D^2}{\lambda}$$

Esta condição depende de autor para autor... (p.e., no Hetch não tem o "2")

$D = 2w$



Para além desta condição, a aprox. de Fraunhofer também se aplica no foco de uma lente.

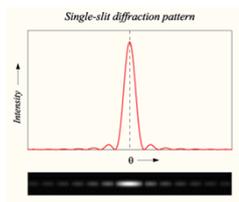
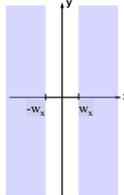
3

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

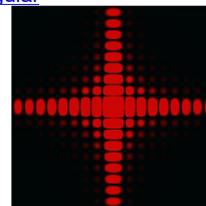
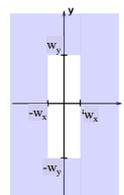
- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (*Far Field*)

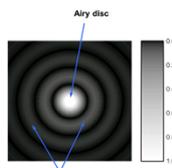
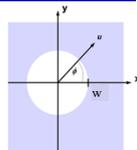
Fenda única



Abertura retangular



Abertura circular



The Airy Pattern

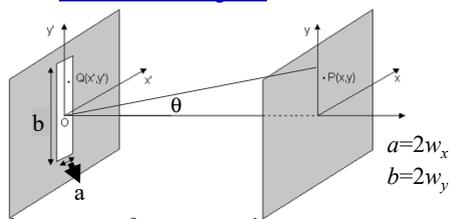
4

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (Far Field)

Abertura retangular



Zeros de irradiância:

$$\begin{aligned} a \operatorname{sen}(\theta_m) &= m \lambda \\ b \operatorname{sen}(\theta_n) &= n \lambda \\ m, n &= \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \end{aligned}$$

Largura angular do máximo central (m=1):

$$2\theta_{1x} = 2\operatorname{sen}^{-1}(\lambda/a) \quad 2\theta_{1y} = 2\operatorname{sen}^{-1}(\lambda/b)$$

$$\frac{I(\theta)}{I_0} = \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta_x)}{\beta_x} \right]^2 \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta_y)}{\beta_y} \right]^2 = \operatorname{sinc}^2(\beta_x) \operatorname{sinc}^2(\beta_y)$$

$$\beta_x = m\pi = \left(\frac{k w_x}{2} \right) \operatorname{sen}(\theta_m) \quad \beta_y = m\pi = \left(\frac{k w_y}{2} \right) \operatorname{sen}(\theta_m)$$

(em rad)

Dist. entre os 2 primeiros zeros:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 2\lambda z/a & \Delta y &= 2\lambda z/b \\ \Delta x &= \lambda z/w_x & \Delta y &= \lambda z/w_y \end{aligned}$$

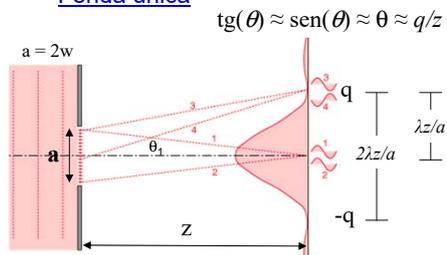
5

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (Far Field)

Fenda única



Zeros de irradiância:

$$\begin{aligned} a \operatorname{sen}(\theta_m) &= m \lambda \\ m &= \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \end{aligned}$$

Largura angular do máximo central (m=1):

$$2\theta_1 = 2\operatorname{sen}^{-1}(\lambda/a)$$

$$\frac{I(\theta)}{I_0} = \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta)}{\beta} \right]^2$$

$$\Delta x = 2q$$

$$\beta = m\pi = \left(\frac{kb}{2} \right) \operatorname{sen}(\theta_m)$$

(em rad)

Dist. entre os 2 primeiros zeros:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 2\lambda z/a \\ \Delta x &= \lambda z/w_x \end{aligned}$$

6

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (Far Field)

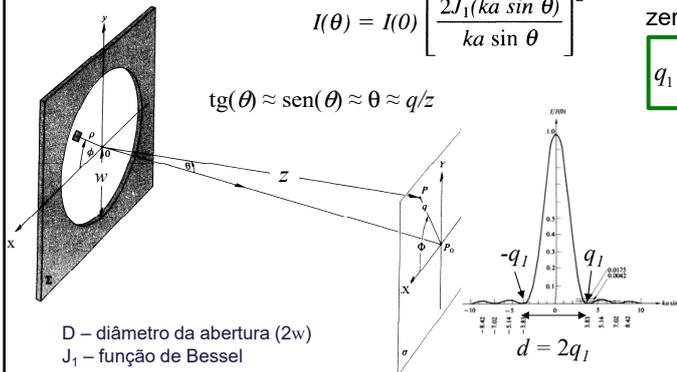
Abertura circular

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right]^2$$

Para os dois primeiros zeros:

$$q_1 = 1,22 \frac{z\lambda}{D} \Leftrightarrow d = 1,22 \frac{z\lambda}{w}$$

$$\text{tg}(\theta) \approx \text{sen}(\theta) \approx \theta \approx q/z$$



D – diâmetro da abertura (2w)
J₁ – função de Bessel

Disco de Airy
Lente, com $z = f$

$$q_1 \approx 1,22 \frac{f\lambda}{D}$$

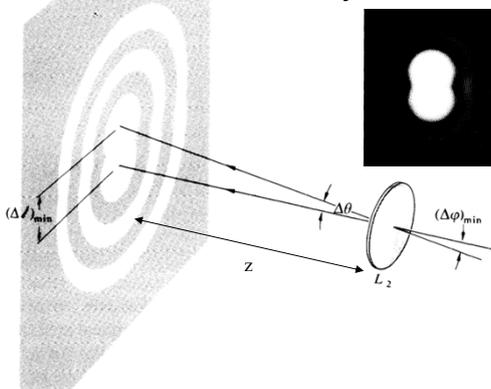
7

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (Far Field)

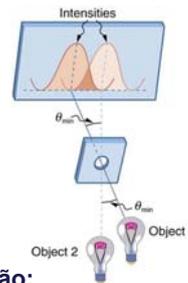
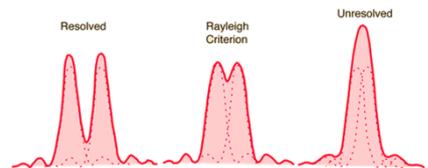
Abertura circular – resolução de um sistema óptico



Limite de resolução:

Dois objetos são ditos “resolvidos” (em inglês “resolved”), ou distinguíveis, quando o máximo do primeiro padrão de Airy coincide com o o 1º mínimo do segundo padrão de Airy.

Crítério de Rayleigh



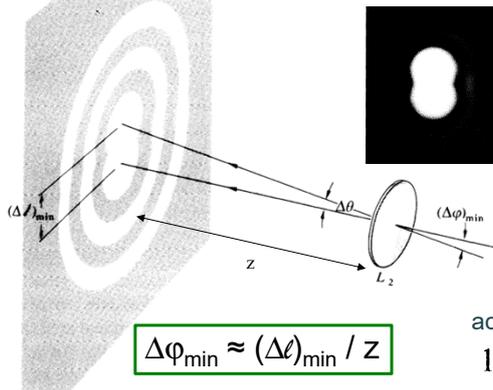
8

Ondas eletromagnéticas e óptica TP's

- Ondas eletromagnéticas (Difracção)

Difracção de Fraunhofer – Campo longínquo (Far Field)

Abertura circular – resolução de um sistema óptico



Limite de resolução:

$$(\Delta\varphi)_{\min} = \Delta\theta = 1.22\lambda/D$$

$$(\Delta\ell)_{\min} = 1.22f\lambda/D$$

Poder de resolução: $1/(\Delta\varphi)_{\min}$

OU

$$1/(\Delta\ell)_{\min}$$

acuidade visual

$$1/(\Delta\varphi)_{\min}[\text{arcmin}]$$